Magnetoplasma Surface Waves near Cyclotron Resonance in Metals

九大・教養　井 上 清一郎

1. 磁気プラズマ表面波は，磁場Hがないときには，詳しく研究されている。$H \neq 0$のとき，局所近似で表面波が存在し，非局所近似の場合も磁場が表面に垂直な場合は存在しうることが示されている。従来の取扱では，電磁波には表面が考慮されているが，電子の振舞は表面で影響されず，バルクの性質だけで決まってしまい，表面に関する直接的な情報は得られない。微弱磁場を除き，散漫散乱が主であるので，表面の存在を電子が感ずるような非局所近似で，表面波が存在すれば，表面に関する直接的な情報が得られる。ここでは，表面に平行な強磁場があるとき，イ）散漫散乱，ロ）異常表皮効果領域，ハ）フェルミ面が円柱形，の仮定の下に表面波が存在するか否かを検討する。

2. 表面インピーダンス

金属表面内にx，y軸（$x \parallel H$）を取り，内部へ向けてZ軸をとる。真空側（$Z<0$）で電場を

$$E_y = E_0 \exp\left[kz + i(q_x x - \omega t)\right] \tag{1}$$

ととると，Maxwell の式から $k = (q_x^2 - \omega^2/C^2)^{1/2}$ が得られ，表面インピーダンスは

$$Z_v = \frac{4\pi i \omega}{C^2} \cdot \frac{E_y(0^-)}{E_y'(0^-)} = \frac{4\pi i \omega}{C^2 k} \tag{2}$$

金属側（$Z>0$）では

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(z) \exp i(q_x x - \omega t) \tag{3}$$

ととる。ロ）の仮定により $v_z \simeq 0$ の電子が電流に寄与する。ハ）の仮定により $v_x = 0$ で $j_y \propto \varepsilon_y$ のみが寄与し，E_yと（E_x，E_z）とが分離する。イ）ロ）の条件での電流はAzbel & Kaner により求められていて，Maxwell の式をフーリエ余弦変換したも

のは

$$(q_z^2+k^2)\,\varepsilon_y(q_z)+2E_y'(0)=\frac{4\pi i\omega}{C^2}\,j_y(q_z) \tag{4}$$

$$j_y(q_z)=\frac{3\pi}{4}\cdot\frac{B}{(1-e^{-2\pi\gamma})}\left[\frac{\varepsilon_y(q_z)}{q_z}-\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty dq_z' K(q_y,q_y')\,\varepsilon_y(q_z')\right] \tag{5}$$

但し　$\gamma=-i\dfrac{\omega}{\Omega}+\dfrac{1}{\Omega_\tau}$　$\left(\Omega=\dfrac{eH}{mc}\right.$　，τ 緩和時間$\left.\right)$

$B=e^2m_0\,v_F\,\triangle k_x/3\pi^2\hbar$　（$\triangle k_x$：フェルミ円柱の長さ）

$$K(q_z,q_z')=\frac{(1+e^{-2\pi\gamma})^2}{2}\int_0^\infty\frac{dq_z'}{\sqrt{q_zq_z'}\,(q_z+q_z')}$$

$$+\frac{(1-e^{-2\pi\gamma})(3+e^{-2\pi\gamma})}{\pi}\int_0^\infty dq_z'\,\frac{\ell n\ q_z/q_z'}{q_z^2-q_z'^2}$$

ここで $q_o=(3\pi^2B\omega/C^2)^{1/3}$，$\beta=e^{-i\frac{\pi}{6}}/(1-e^{-2\pi\gamma})^{1/3}$ と置き，$q_z=q_o\beta x$，$(3\sqrt{3}\beta^2/2\pi)\,q_o^2\,\varepsilon_y(q_o\beta x)/-2E_y'(0)=G(\chi)$ の変数変換を行えば

$$G(x)=\frac{3\sqrt{3}x}{2\pi(x^3+a_x+1)}\left[1+\frac{1}{3\sqrt{3}}\int_o^{\infty/\beta}K(x,x')\,G(x')\,dx'\right] \tag{6}$$

但し　$a=k^2/\beta^2q_o^2$。

表面インピーダンスはこの G を用いると

$$Z=\frac{4\pi i\omega}{C^2}\cdot\frac{E_y(o+)}{E_y'(o+)}=\frac{8}{9}Z_o(1-e^{-2\pi\gamma})^{1/3}\ I(a) \tag{7}$$

但し $$Z_o=\left(\frac{\sqrt{3}\pi\omega^2}{C^4 B}\right)^{1/3}(1-i\sqrt{3})$$

$$I(\alpha)=\int_o^{\infty/\beta} G(x)\,dx$$

3. 分散式

表面波の分散式は $Z_v=Z$ を解いて得られる。$\omega\simeq n\Omega$ のとき $\omega=n\Omega+\varepsilon\Omega\,(\varepsilon\simeq 0)$ と置くと，$|\varepsilon|\gg(\Omega\tau)^{-1}$ のとき

$$\beta=(2\pi|\varepsilon|)^{-1/3}\,e^{-i\left(\frac{\pi}{3}-\frac{1}{3\Omega\tau|\varepsilon|}\right)}\,\mathrm{sgn}\,\varepsilon。$$

$Z_v=Z$ より

$$\left(\frac{9}{4}\right)^3\frac{\pi^2 B}{\sqrt{3}\,C}\cdot\frac{\omega}{k^3}\,\mathrm{sgn}(-\varepsilon)=2\pi|\varepsilon|\,I^3(\alpha) \tag{8}$$

さて，Gの極は，$\alpha\simeq 0$ なので，$x_o=-1+\alpha/3$，$x_o\eta$，$x_o\eta^2$ ($\eta=e^{i\frac{2}{3}\pi}$) である。x_o とのなす角を χ とするとき，

$$\chi=\frac{|\alpha|}{2\sqrt{3}}<\frac{1}{3\Omega\tau|\varepsilon|} \tag{9}$$

のとき $I(\alpha)=\int_o^{\infty}G(x)\,dx$ とでき，ほとんど Positive real となり，(8)は $\varepsilon<0$ のとき解をもつ。G の積分項K は小さいので遂次近似を行うと，

$$I_1=\int_o^{\infty}G_1(x)\,dx=\int_o^{\infty}dx\,G_o(x)\left[1+\int_o^{\infty}K(x,x')\,G_o(x')\,dx'\right]$$

$$=(1+\sigma)\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\alpha\right)$$

但し，$\sigma=\frac{1}{\pi}\int_o^{\infty}dy\sqrt{y}/(1+y)(1+y+y^2)=\frac{2}{\sqrt{3}}-1=0.155$.

σは表面での散漫散乱の効果を表わし，15%程度の補正を与える。I_1を(8)に代入して，

$$\omega = n\Omega - 9\pi\left(\frac{3}{4}\right)^5 \frac{Bn\Omega^2}{C^2 k^3}\left[1 + i\frac{9}{\pi}\left(\frac{3}{4}\right)^4\right] \tag{10}$$

$$\frac{|\mathrm{Im}\,\omega|}{\mathrm{Re}\,\omega} = 81\left(\frac{3}{4}\right)^9 \frac{B\Omega}{C^2 k^3}$$

さて，(10)で表面波の分散式が得られたわけであるが，得られた結果を $|\varepsilon| < 1/\Omega\tau$ 及び(9)に代入してみると

$$k_1 < k \ll k_2$$

で表面波が存在しうることがわかる。しかし，k_2，k_1は共に$(\Omega\tau)^{1/3}$に比例し，

$k_2/k_1 = \left(\frac{4}{3}\right)^2\left(\frac{\sqrt{3}}{4(2n)^{1/3}}\right)^{2/3}$ は1の程度になってしまい，ここでの配置。条件の下では表面波は存在しえないことになる。